

SOAL-SOAL PEMBAHASAN FUNGSI KOMPOSISI & INVERS FUNGSI

Fendi Alfi Fauzi*

16 April 2014

1. Jika $f(x) = p^x$, p konstanta positif, maka $\frac{f(x^2 + x)}{f(x + 1)} = \dots\dots$

Jawab:

$$\begin{aligned}f(x) &= p^x \\f(x^2 + x) &= p^{x^2 + x} \\f(x + 1) &= p^{x+1} \\\frac{f(x^2 + x)}{f(x + 1)} &= \frac{p^{x^2 + x}}{p^{x+1}} \\&= \frac{p^{x^2} \cdot p^x}{p^x \cdot p} \\&= \frac{p^{x^2}}{p} \\&= p^{x^2} \cdot p^{-1} \\\frac{f(x^2 + x)}{f(x + 1)} &= p^{(x^2 - 1)}\end{aligned}$$

Perhatikan pada ruas kanan menghasilkan $p^{(x^2 - 1)}$. Karena $f(x) = p^x$ maka $\frac{f(x^2 + x)}{f(x + 1)} = f(x^2 - 1)$

2. Fungsi $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x + 1}{16 - x^2}}$ terdefinisi untuk

Jawab:

Fungsi $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x + 1}{16 - x^2}}$ terdefinisi jika $\frac{x^2 - 2x + 1}{16 - x^2} \geq 0$. Perhatikan pada bagian pembilang yaitu $x^2 - 2x + 1 = 0$ dapat difaktorkan menjadi $(x - 1)^2$. Karena fungsi kuadrat selalu bernilai positif, maka kita hanya perlu meninjau penyebutnya yaitu $16 - x^2 > 0$. Perlu diketahui juga bahwa $\frac{x^2 - 2x + 1}{16 - x^2}$ tidak boleh bernilai negatif karena akar dari bilangan negatif akan menghasilkan bilangan imajiner. Kembali pada

$$\begin{aligned}16 - x^2 &> 0 \\(4 - x)(4 + x) &> 0\end{aligned}$$

*<http://alfysta.blogspot.com>

Dengan menguji pada garis bilangan, kita mendapatkan batas-batas nilai x yaitu $-4 < x < 4$.
Jadi disimpulkan bahwa Fungsi $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x + 1}{16 - x^2}}$ terdefinisi pada $-4 < x < 4$

3. Jika fungsi f di definisikan sebagai $f(x) = 2^x$ maka nilai $\left[\frac{f(x+3)}{f(x-1)}\right]^2 = \dots$

Jawab :

Diketahui : $f(x) = 2^x$, $f(x+3) = 2^{x+3}$ dan $f(x-1) = 2^{x-1}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(x+3)}{f(x-1)} &= \frac{2^{x+3}}{2^{x-1}} \\ \left[\frac{f(x+3)}{f(x-1)}\right]^2 &= \left[\frac{2^{x+3}}{2^{x-1}}\right]^2 \\ &= \frac{2^{2x+6}}{2^{2x-2}} \\ &= \frac{2^{2x} \cdot 2^6}{2^{2x} \cdot (2)^{-2}} \\ &= \frac{2^6}{2^{-2}} \\ &= 2^6 \cdot 2^2 \\ &= 64 \times 4 \\ \left[\frac{f(x+3)}{f(x-1)}\right]^2 &= 256\end{aligned}$$

4. Jika $f(x) = -x + 3$ maka $f(x^2) + f^2(x) - 2f(x) = \dots$

Jawab :

$$f(x) = -x + 3$$

$$f(x^2) = -x^2 + 3$$

$$f^2(x) = (-x + 3)(-x + 3) = x^2 - 6x + 9$$

$$2f(x) = -2x + 6$$

$$\begin{aligned}f(x^2) + f^2(x) - 2f(x) &= -x^2 + 3 + x^2 - 6x + 9 - (-2x + 6) \\ &= -6x + 12 + 2x - 6 \\ &= -4x + 6\end{aligned}$$

5. Diketahui $f(x+1) = x^2 - 1$ dan $g(x) = 2x$ maka $(g \circ f)(x) = \dots$

Jawab :

Diketahui $f(x+1) = x^2 - 1$. Kita misalkan $t = x + 1 \rightarrow x = t - 1$ sehingga

$$\begin{aligned}f(t) &= (t-1)^2 - 1 \\ &= t^2 - 2t + 1 - 1 \\ f(t) &= t^2 - 2t \\ f(x) &= x^2 - 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 &= 2(x^2 - 2x) \\
 &= 2x^2 - 4x
 \end{aligned}$$

6. Jika $f(x) = x^3 + 2$ dan $g(x) = \frac{2}{x-1} : x \neq 1$ maka $(g \circ f)(x)$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 &= \frac{2}{x^3 + 2 - 1} \\
 (g \circ f)(x) &= \frac{2}{x^3 + 1}
 \end{aligned}$$

7. Jika $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$ dan $g(x) = \sqrt{2x}$ maka $(f \circ g)(x)$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
 &= \frac{2(\sqrt{2x})}{(\sqrt{2x})^2 - 4} \\
 &= \frac{2\sqrt{2x}}{2x - 4} \\
 &= \frac{2\sqrt{2x}}{2(x - 2)} \\
 (f \circ g)(x) &= \frac{\sqrt{2x}}{x - 2}
 \end{aligned}$$

8. Jika $f(x) = -4x$ dan $f(g(x)) = -\frac{x}{2} + 1$ maka $g(x) = \dots\dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 f(g(x)) &= -\frac{x}{2} + 1 \\
 -4(g(x)) &= -\frac{x}{2} + 1 \\
 g(x) &= \frac{-\frac{x}{2} + 1}{-4} \\
 &= \frac{-\frac{x+2}{2}}{-4} \\
 &= \frac{-x+2}{2} \times \frac{1}{-4} \\
 &= -\frac{1}{8}(-x+2) \\
 g(x) &= \frac{1}{8}(x-2)
 \end{aligned}$$

9. Diketahui $(f \circ g)(x) = \frac{2x-3}{x+4} : x \neq -4$ dan $g(x) = (1-x)$. Maka $f(x)$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= \frac{2x-3}{x+4} \\ f(g(x)) &= \frac{2x-3}{x+4} \\ f(1-x) &= \frac{2x-3}{x+4}\end{aligned}$$

Misalkan $u = 1 - x$ maka $x = 1 - u$ sehingga

$$\begin{aligned}f(u) &= \frac{2(1-u)-3}{(1-u)+4} \\ &= \frac{2-2u-3}{5-u} \\ f(u) &= \frac{-2u-1}{5-u} \\ f(x) &= \frac{-2x-1}{5-x}\end{aligned}$$

10. Fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dinyatakan oleh $f(x) = x + 2$ dan $(g \circ f)(x) = 2x^2 + 4x + 1$ maka $g(2x) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= 2x^2 + 4x + 1 \\ g(f(x)) &= 2x^2 + 4x + 1 \\ g(x+2) &= 2x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

Misalkan $x + 2 = y$ maka $x = y - 2$ sehingga

$$\begin{aligned}g(y) &= 2(y-2)^2 + 4(y-2) + 1 \\ &= 2(y^2 - 4x + 4) + 4y - 8 + 1 \\ &= 2y^2 - 8y + 8 + 4y - 8 + 1 \\ g(y) &= 2y^2 - 4y + 1 \\ g(x) &= 2x^2 - 4x + 1 \\ g(2x) &= 2(2x)^2 - 4(2x) + 1 \\ &= 2(4x^2) - 8x + 1 \\ g(2x) &= 8x^2 - 8x + 1\end{aligned}$$

11. Bila $f(x) = \frac{x+2}{3-x}$ dengan $x \neq 3$ maka invers dari $f(x)$ adalah $f^{-1}(x) = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{x+2}{3-x} \\
 y &= \frac{x+2}{3-x} \\
 3y - xy &= x+2 \\
 3y - 2 &= x + xy \\
 3y - 2 &= x(1+y) \\
 x &= \frac{3y-2}{1+y} \\
 f^{-1}(x) &= \frac{3x-2}{1+x}, x \neq -1
 \end{aligned}$$

12. Invers dari $f(x) = (1-x^3)^{\frac{1}{5}} + 2$ adalah....

Jawab:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (1-x^3)^{\frac{1}{5}} + 2 \\
 y &= (1-x^3)^{\frac{1}{5}} + 2 \\
 y - 2 &= (1-x^3)^{\frac{1}{5}} \\
 (y-2)^5 &= 1-x^3 \\
 x^3 &= 1-(y-2)^5 \\
 x &= \sqrt[3]{1-(y-2)^5} \\
 x &= \left(1-(y-2)^5\right)^{\frac{1}{3}} \\
 f^{-1}(x) &= \left(1-(x-2)^5\right)^{\frac{1}{3}}
 \end{aligned}$$

13. Jika $f(x) = 3^{x-1}$ maka $f^{-1}(81) = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 3^{x-1} \\
 y &= 3^{x-1} \\
 y &= 3^x \cdot 3^{-1} \\
 y &= 3^x \cdot \frac{1}{3} \\
 3y &= 3^x \\
 x &= {}^3\log(3y) \\
 f^{-1}(x) &= {}^3\log(3x) \\
 f^{-1}(81) &= {}^3\log(3 \cdot 81) \\
 &= {}^3\log(243) \\
 &= {}^3\log(3^5) \\
 &= 5 \cdot {}^3\log 3 \\
 &= 5 \times 1 \\
 f^{-1}(81) &= 5
 \end{aligned}$$

14. Fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dirumuskan dengan $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ dan $g(x) = 2x + 4$ maka $(g \circ f)^{-1}(10)$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 &= 2\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 4 \\
 &= x - 2 + 4 \\
 &= x + 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= y \\
 y &= x + 2 \\
 x &= y - 2 \\
 (g \circ f)^{-1}(x) &= x - 2 \\
 (g \circ f)^{-1}(10) &= 10 - 2 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

15. Jika $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{5}$ dan $g^{-1}(x) = \frac{3-x}{2}$ maka $(f \circ g)^{-1}(6) = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)^{-1}(x) &= (f^{-1} \circ g^{-1})(x) \\
 &= \frac{\left(\frac{3-x}{2}\right) - 1}{5} \\
 &= \frac{\left(\frac{3-x}{2}\right) - \frac{2}{2}}{5} \\
 &= \frac{1-x}{5} \\
 (f \circ g)^{-1}(x) &= \frac{1-x}{10} \\
 (f \circ g)^{-1}(6) &= \frac{1-6}{10} \\
 &= \frac{-5}{10} \\
 &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

16. Jika $f(x) = \frac{1}{x-1}$ dan $g(x) = x-2$ maka $(g \circ f)^{-1}(x) = \dots\dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 &= \frac{1}{x-1} - 2 \\
 &= \frac{1}{x-1} - \frac{2(x-1)}{x-1} \\
 &= \frac{1}{x-1} - \frac{2x+2}{x-1} \\
 (g \circ f)(x) &= \frac{-2x+3}{x-1} \\
 (g \circ f)(x) &= y \\
 y &= \frac{-2x+3}{x-1} \\
 xy - y &= -2x+3 \\
 xy + 2x &= y+3 \\
 x(y+2) &= y+3 \\
 x &= \frac{y+3}{y+2} \\
 (g \circ f)^{-1}(x) &= \frac{x+3}{x+2}, x \neq -2
 \end{aligned}$$

17. Diketahui $f(x) = {}^5\log x$ dan $g(x) = \frac{x+3}{3x-4}$ maka $(f \circ g)^{-1}(x) = \dots\dots$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
 (f \circ g)(x) &= {}^5\log\left(\frac{x+3}{3x-4}\right) \\
 (f \circ g)(x) &= y \\
 y &= {}^5\log\left(\frac{x+3}{3x-4}\right) \\
 5^y &= \frac{x+3}{3x-4} \\
 3x \cdot 5^y - 4 \cdot 5^y &= x+3 \\
 3x \cdot 5^y - x &= 4 \cdot 5^y + 3 \\
 x(3 \cdot 5^y - 1) &= 4 \cdot 5^y + 3 \\
 x &= \frac{4 \cdot 5^y + 3}{3 \cdot 5^y - 1} \\
 (f \circ g)^{-1}(x) &= \frac{4 \cdot 5^x + 3}{3 \cdot 5^x - 1}
 \end{aligned}$$

18. Jika $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 8x - 3$ dan $g(x) = 2x + 4$ maka $f^{-1}(x) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
 f(g(x)) &= 4x^2 + 8x - 3 \\
 f(2x+4) &= 4x^2 + 8x - 3
 \end{aligned}$$

Misalkan $u = 2x + 4$ maka $2x = u - 4 \Rightarrow x = \frac{u-4}{2}$

$$\begin{aligned}
 f(u) &= 4\left(\frac{u-4}{2}\right)^2 + 8\left(\frac{u-4}{2}\right) - 3 \\
 &= 4\left(\frac{1}{4}(u^2 - 8u + 16)\right) + 4u - 16 - 3 \\
 &= u^2 - 8u + 16 + 4u - 16 - 3 \\
 &= u^2 - 4u - 3 \\
 f(x) &= x^2 - 4x - 3
 \end{aligned}$$

Misalkan $f(x) = y$ maka

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 4x - 3 \\
 y &= x^2 - 4x + 4 - 7 \\
 y &= (x - 2)^2 - 7 \\
 y + 7 &= (x - 2)^2 \\
 x - 2 &= \sqrt{y + 7} \\
 x &= \sqrt{y + 7} + 2 \\
 f^{-1}(x) &= \sqrt{x + 7} + 2
 \end{aligned}$$

19. Diketahui fungsi f dan g dinyatakan dengan $f(x) = 2x + 4$, $g(x) = \frac{2x + 5}{x - 4}$ dan $h(x) = (g \circ f^{-1})(x)$ dengan f^{-1} adalah fungsi invers dari f dan h^{-1} adalah invers dari h . Rumus fungsi $h^{-1}(x)$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2x + 4 \\
 y &= 2x + 4 \\
 2x &= y - 4 \\
 x &= \frac{y - 4}{2} \\
 f^{-1}(x) &= \frac{x - 4}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (g \circ f^{-1})(x) &= g(f^{-1}(x)) \\
 &= \frac{2\left(\frac{x - 4}{2}\right) + 5}{\left(\frac{x - 4}{2}\right) - 4} \\
 &= \frac{\frac{x - 4 + 5}{2} - \frac{8}{2}}{\frac{x - 4}{2} - 4} \\
 &= \frac{\frac{x + 1}{2}}{\frac{x - 12}{2}} \\
 h(x) &= \frac{2x + 2}{x - 12}
 \end{aligned}$$

Misalkan $h(x) = y$ maka

$$\begin{aligned} y &= \frac{2x+2}{x-12} \\ xy - 12y &= 2x+2 \\ xy - 2x &= 12y+2 \\ x(y-2) &= 12y+2 \\ x &= \frac{12y+2}{y-2} \\ h^{-1}(x) &= \frac{12x+2}{x-2} \end{aligned}$$

20. Fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $f(x) = x+2$ dan $g(x) = 2x$. Jumlah akar-akar persamaan $(g \circ f)(x^2 - 24x) = 0$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= 2(x+2) \\ (g \circ f)(x) &= 2x+4 \\ y &= 2x+4 \\ 2x &= y-4 \\ x &= \frac{y-4}{2} \\ (g \circ f)^{-1}(x) &= \frac{x-4}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f)^{-1}(x^2 - 24x) &= \frac{(x^2 - 24x) - 4}{2} \\ 0 &= \frac{x^2 - 24x - 4}{2} \\ x^2 - 24x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

Berdasarkan teorema Vieta diperoleh

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ &= -\frac{(-24)}{1} \\ &= 24 \end{aligned}$$

21. Ditentukan $g(f(x)) = f(g(x))$, jika $f(x) = 2x+p$ dan $g(x) = 3x+120$, maka nilai p adalah

Jawab :

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= 3(2x+p) + 120 \\ &= 6x + 3p + 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= 2(3x + 120) + p \\ &= 6x + 240 + p \end{aligned}$$

Karena $g(f(x)) = f(g(x))$ maka

$$\begin{aligned} 6x + 3p + 120 &= 6x + 240 + p \\ 2p &= 120 \\ p &= 60 \end{aligned}$$

22. Jika $f(3 + 2x) = 4 - 2x + x^2$, maka $f(1) = \dots$

Jawab :

Diketahui : $f(3 + 2x) = 4 - 2x + x^2$.

Misalkan

$$\begin{aligned} y &= 3 + 2x \\ x &= \frac{y - 3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(y) &= 4 - 2\left(\frac{y - 3}{2}\right) + \left(\frac{y - 3}{2}\right)^2 \\ &= 4 - y + 3 + \frac{1}{4}(y^2 - 6y + 9) \\ &= 7 - y + \frac{y^2}{4} - \frac{6y}{4} + \frac{9}{4} \\ &= \frac{28}{4} - \frac{4y}{4} + \frac{y^2}{4} - \frac{6y}{4} + \frac{9}{4} \\ &= \frac{y^2}{4} - \frac{10y}{4} + \frac{37}{4} \\ f(x) &= \frac{x^2}{4} - \frac{10x}{4} + \frac{37}{4} \\ f(1) &= \frac{1}{4} - \frac{10}{4} + \frac{37}{4} \\ &= \frac{28}{4} \\ f(1) &= 7 \end{aligned}$$

23. Dari fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ diketahui bahwa $f(x) = x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = x^2 + 6x + 7$ maka $g(-1) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)(x) &= x^2 + 6x + 7 \\
 f(g(x)) &= x^2 + 6x + 7 \\
 g(x) + 3 &= x^2 + 6x + 7 \\
 g(x) &= x^2 + 6x + 4 \\
 g(-1) &= 1 - 6 + 4 \\
 g(-1) &= -1
 \end{aligned}$$

24. Diberikan fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $g(x) = x^2 - 3x + 1$. Jika $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 6x - 1$ maka $f(x) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 f(g(x)) &= 2x^2 - 6x - 1 \\
 f(x^2 - 3x + 1) &= 2x^2 - 6x - 1
 \end{aligned}$$

Misalkan

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 3x + 1 \\
 y &= (x - 1,5)(x - 1,5) - 1,25 \\
 y &= (x - 1,5)^2 - 1,25 \\
 y + 1,25 &= (x - 1,5)^2 \\
 \sqrt{y + 1,25} &= x - 1,5 \\
 x &= \sqrt{y + 1,25} + 1,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(y) &= 2(\sqrt{y + 1,25} + 1,5)^2 - 6(\sqrt{y + 1,25} + 1,5) - 1 \\
 &= 2(y + 1,25 + 3\sqrt{y + 1,25} + 2,25) - 6(\sqrt{y + 1,25} + 1,5) - 1 \\
 &= 2y + 2,5 + 6\sqrt{y + 1,25} + 4,5 - 6\sqrt{y + 1,25} - 9 - 1 \\
 &= 2y + 7 - 9 - 1 \\
 f(y) &= 2y - 3 \\
 f(x) &= 2x - 3
 \end{aligned}$$

25. Suatu pemetaan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dengan $(g \circ f)(x) = 2x^2 + 4x + 5$ dan $g(x) = 2x + 3$ maka $f(x) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 g(f(x)) &= 2x^2 + 4x + 5 \\
 2f(x) + 3 &= 2x^2 + 4x + 5 \\
 2f(x) &= 2x^2 + 4x + 2 \\
 f(x) &= x^2 + 2x + 1
 \end{aligned}$$

26. Jika fungsi f dan g adalah $f : x \rightarrow 2x^{\frac{2}{3}}$ dan $g : x \rightarrow x^{\frac{2}{3}}$ maka $(g \circ f^{-1})(\sqrt{2})$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^{\frac{2}{3}} \\ y &= 2x^{\frac{2}{3}} \\ y^3 &= 2x^2 \\ x^2 &= \frac{y^3}{2} \\ x &= \sqrt{\frac{y^3}{2}} \\ f^{-1}(x) &= \sqrt{\frac{x^3}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f^{-1})(x) &= g(f^{-1}(x)) \\ &= \left(\sqrt{\frac{x^3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} \\ &= \left(\left(\frac{x^3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} \\ &= \left(\frac{x^3}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \\ (g \circ f^{-1})(x) &= \frac{x}{2^{\frac{1}{3}}} \\ (g \circ f^{-1})(x) &= x \cdot 2^{-\frac{1}{3}} \\ (g \circ f^{-1})(\sqrt{2}) &= 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} \\ &= 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \\ (g \circ f^{-1})(\sqrt{2}) &= 2^{\frac{1}{6}} \end{aligned}$$

27. Dari fungsi f dan g diketahui $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ dan $g(x) = 3x - 2$. Agar $(g \circ f)(a) = -11$ maka nilai a yang positif adalah

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 &= 3(2x^2 + 3x - 5) - 2 \\
 &= 6x^2 + 9x - 15 - 2 \\
 &= 6x^2 + 9x - 17 \\
 (g \circ f)(a) &= 6a^2 + 9a - 17 \\
 -11 &= 6a^2 + 9a - 17 \\
 6a^2 + 9a - 6 &= 0 \\
 2a^2 + 3a - 2 &= 0 \\
 (2a - 1)(a + 2) &= 0 \\
 a = \frac{1}{2} &\text{ atau } a = -2
 \end{aligned}$$

Jadi a positif adalah $a = \frac{1}{2}$

28. Diketahui $f(x) = \frac{1-x}{x}$ untuk setiap bilangan Real $x \neq 1$. Jika $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ adalah suatu fungsi sehingga $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2x + 1$ maka fungsi invers $g^{-1}(x) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= 2x + 1 \\
 g(f(x)) &= 2x + 1 \\
 f\left(\frac{1-x}{x}\right) &= 2x + 1
 \end{aligned}$$

Misalkan

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{1-x}{x} \\
 tx &= 1-x \\
 tx + x &= 1 \\
 x(t+1) &= 1 \\
 x &= \frac{1}{t+1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g(t) &= 2\left(\frac{1}{t+1}\right) + 1 \\
&= \frac{2}{t+1} + \frac{t+1}{t+1} \\
&= \frac{t+3}{t+1} \\
g(x) &= \frac{x+3}{x+1} \\
y &= \frac{x+3}{x+1} \\
xy + y &= x+3 \\
x - xy &= y - 3 \\
x(1-y) &= y - 3 \\
x &= \frac{y-3}{1-y} \\
g^{-1}(x) &= \frac{x-3}{1-x}, x \neq 1
\end{aligned}$$

29. Jika $f(x) = \frac{1}{x+1}$ dan $g(x) = \frac{2}{3-x}, x \neq 3$ maka $(f \circ g)^{-1}(x) = \dots$
Jawab :

$$\begin{aligned}
(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
&= \frac{1}{\frac{2}{3-x} + 1} \\
&= \frac{1}{\frac{2}{3-x} + \frac{(3-x)}{3-x}} \\
&= \frac{1}{\frac{5-x}{3-x}} \\
(f \circ g)(x) &= \frac{3-x}{5-x} \\
y &= \frac{3-x}{5-x} \\
5y - xy &= 3 - x \\
5y - 3 &= xy - x \\
5y - 3 &= x(y - 1) \\
x &= \frac{5y - 3}{y - 1} \\
(f \circ g)^{-1}(x) &= \frac{5x - 3}{x - 1}, x \neq 1
\end{aligned}$$

30. Jika $f(x) = \sqrt{x}, x \geq 0$, dan $g(x) = \frac{x}{x+1}, x \neq 1$ maka $(g \circ f)(2) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 (g \circ f)(x) &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \\
 y &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \\
 y\sqrt{x}+y &= \sqrt{x} \\
 \sqrt{x}-y\sqrt{x} &= y \\
 \sqrt{x}(1-y) &= y \\
 \sqrt{x} &= \frac{y}{1-y} \\
 (\sqrt{x})^2 &= \left(\frac{y}{1-y}\right)^2 \\
 x &= \left(\frac{y}{1-y}\right)^2 \\
 (g \circ f)^{-1}(x) &= \left(\frac{x}{1-x}\right)^2 \\
 (g \circ f)^{-1}(2) &= \left(\frac{2}{1-2}\right)^2 \\
 &= (-2)^2 \\
 (g \circ f)^{-1}(2) &= 4
 \end{aligned}$$

31. Diberikan fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $f(x) = x^3$ dan $g(x) = 3x - 4$. Jika $a = (g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ maka nilai dari $(f^{-1} \circ g^{-1})(10a)$ adalah

Jawab :

$$\begin{aligned}
 g(x) &= 3x - 4 \\
 y &= 3x - 4 \\
 x &= \frac{y+4}{3} \\
 g^{-1}(x) &= \frac{x+4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^3 \\
 y &= x^3 \\
 x &= \sqrt[3]{y} \\
 f^{-1}(x) &= \sqrt[3]{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (g^{-1} \circ f^{-1})(x) &= g^{-1}(f^{-1}(x)) \\
 (g^{-1} \circ f^{-1})(x) &= \frac{\sqrt[3]{x+4}}{3} \\
 (g^{-1} \circ f^{-1})(8) &= \frac{\sqrt[3]{8+4}}{3} \\
 a &= \frac{2+4}{3} \\
 a &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (f^{-1} \circ g^{-1})(x) &= f^{-1}(g^{-1}(x)) \\
 &= \sqrt[3]{\frac{x+4}{3}} \\
 (f^{-1} \circ g^{-1})(10a) &= \sqrt[3]{\frac{10a+4}{3}} \\
 &= \sqrt[3]{\frac{10(2)+4}{3}} \\
 &= \sqrt[3]{\frac{20+4}{3}} \\
 &= \sqrt[3]{8} \\
 (f^{-1} \circ g^{-1})(10a) &= 2
 \end{aligned}$$

32. Fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $f(x) = 3x-1$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ memenuhi $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{1}{6}x - \frac{4}{3}$ maka $g(x) = \dots$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 3x - 1 \\
 y &= 3x - 1 \\
 x &= \frac{y+1}{3} \\
 f^{-1}(x) &= \frac{x+1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)^{-1}(x) &= f^{-1}(g^{-1}(x)) \\
 \frac{(g^{-1}(x)) + 1}{3} &= \frac{1}{6}x - \frac{4}{3} \\
 (g^{-1}(x)) + 1 &= \frac{3}{6}x - \frac{12}{3} \\
 (g^{-1}(x)) &= \frac{3}{6}x - \frac{12}{3} - 1 \\
 g^{-1}(x) &= \frac{3}{6}x - \frac{15}{3}
 \end{aligned}$$

Kita sudah mengetahui bahwa $(g^{-1})^{-1}(x) = g(x)$ sehingga tugas kita tinggal *meng inverskan*

saja fungsi $g^{-1}(x)$ diatas menjadi

$$\begin{aligned}g^{-1}(x) &= \frac{3}{6}x - \frac{15}{3} \\y &= \frac{3}{6}x - \frac{15}{3} \\y &= \frac{3x - 30}{6} \\6y &= 3x - 30 \\3x &= 6y + 30 \\x &= \frac{6y + 30}{3} \\x &= 2y + 10 \\g(x) &= 2x + 10\end{aligned}$$

Sekian dulu pembahasan yang dapat saya berikan. Mudah-mudahan dapat berguna bagi kita sekalian. Jika pembahasan diatas terdapat kesalahan agar kiranya dapat langsung menghubungi penulis lewat blog kami di <http://alfysta.blogspot.com>. Kesalahan penulisan maupun pengerjaan tidak terlepas dari kodrat kita sebagai manusia biasa. Jika anda memiliki ide yang lebih sederhana dapat langsung mengirimkannya juga di blog kami. Terima kasih

Minakarya, 9 Maret 2014

Penulis

Fendi Alfi Fauzi