

Bab 9

FUNGSI KOMPOSISI DAN FUNGSI INVERS

Jenis-jenis soal relasi dan fungsi yang sering diujikan adalah soal-soal tentang :

1. Fungsi Komposisi
2. Fungsi Invers

SOAL DAN PEMBAHASAN

9.1 Soal dan pembahasan fungsi komposisi

Soal fungsi komposisi dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep 9.1

Konsep 9.1

Langkah-langkah menyelesaikan soal komposisi fungsi :

1. Setiap ada notasi komposisi (\circ) diganti dengan tanda kurung ()
Jadi, $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
2. Pahami bahwa : $f(x) = ax^2 + bx + c$
Maka : $f(g(x)) = a(g(x))^2 + b(g(x)) + c$

Contoh Soal

1. UN 2010

Diketahui fungsi $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, $x \neq 3$ dan $g(x) = x^2 + x + 1$. Nilai komposisi fungsi $(gof)(2) = \dots$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}(gof)(2) &= g(f(2)) = g\left(\frac{2+1}{2-3}\right) = g(-3) \\ g(f(2)) &= g(-3) = x^2 + x + 1 \\ &= -3^2 - 3 + 1 = 7\end{aligned}$$

2. UN 2011

Diketahui $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = \frac{x-1}{x+4}$, $x \neq -4$, maka $(fog)(x) = \dots$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}(fog)(x) &= f(g(x)) = f\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = 2x + 5 \\ &= 2\left(\frac{x-1}{x+4}\right) + 5 \\ &= \frac{2x-2}{x+4} + 5 = \frac{(2x-2)+(5x+20)}{x+4} = \frac{7x+18}{x+4}, x \neq -4\end{aligned}$$

3. UN 2012

Diketahui fungsi $f(x) = 2x^2 + x - 3$ dan $g(x) = x - 2$. Komposisi fungsi $(f \circ g)(x) = \dots$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}(fog)(x) &= f(g(x)) = f(x - 2) = 2x^2 + x - 3 \\ &= 2(x - 2)^2 + (x - 2) - 3 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4) + (x - 2) - 3 \\ &= 2x^2 - 8x + 8 + x - 2 - 3 \\ &= 2x^2 - 7x + 3\end{aligned}$$

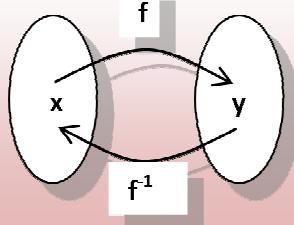
Ingin...!!!

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

9.2 Soal dan pembahasan fungsi invers

Soal fungsi invers dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep 9.2

Konsep 9.2



$$f(x) = y \leftrightarrow x = f^{-1}(y)$$

Contoh Soal

1. UN 2010

Diketahui $f(x) = \frac{1-5x}{x+2}$, $x \neq -2$ dan $f(x)^{-1}$ adalah invers dari $f(x)$. nilai dari $f^{-1}(-3) = \dots$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} f(x) = y &= \frac{1-5x}{x+2} \\ \Leftrightarrow yx + 2y &= 1 - 5x \\ \Leftrightarrow yx + 5x &= 1 - 2y \\ \Leftrightarrow x(y+5) &= 1 - 2y \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1-2y}{y+5} \\ \Leftrightarrow f^{-1}(x) &= \frac{1-2x}{x+5} \end{aligned}$$

Sehingga :

$$f^{-1}(-3) = \frac{1-2(-3)}{-3+5} = \frac{7}{2}$$

Cara Smart :

$$\text{Jika } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ maka } f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(x) = \frac{1-5x}{x+2}, a = -5, b = 1, c = 1, d = 2, \text{ maka } f^{-1}(x) = \frac{1-2x}{x+5}$$

$$\text{Sehingga } f^{-1}(-3) = \frac{1-2(-3)}{-3+5} = \frac{7}{2}$$

2. UN 2011

Diketahui fungsi $f(x) = -\frac{2-3x}{2}$, jika f^{-1} adalah invers dari f , maka $f^{-1}(x) = \dots$

Penyelesaian :

Cara smart :

$$f(x) = -\frac{2-3x}{2} = \frac{-2+3x}{2}, a = 3, b = -2, c = 0, d = 2 \text{ maka :}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-2-2x}{-3} = \frac{2}{3}(x+1)$$

3. UN 2012

Diketahui fungsi $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$, $x \neq \frac{1}{2}$ dan $f^{-1}(x)$ adalah invers dari $f(x)$. nilai dari $f^{-1}(-3) = \dots$

Penyelesaian :

Cara smart :

$$f(x) = \frac{x+3}{2x-1} \text{ a} = 1, \text{ b} = 3, \text{ c} = 2, \text{ d} = -1 \text{ maka :}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2x-1}$$

Sehingga:

$$f^{-1}(-3) = \frac{-3+3}{2(-3)-1} = 0$$