

13. SOAL-SOAL FUNGSI KOMPOSISI DAN FUNGSI INVERS

EBTANAS1999

1. Diketahui $f(x) = x - 4$

Nilai dari $f(x^2) - (f(x))^2 + 3f(x)$ untuk $x = -2$ adalah

- A. -54 B. -36 C. -18 D. 6 E. 18

jawab:

Cari masing-masing nilai:

diketahui : $f(x) = x - 4$

maka:

$$1. f(x^2) = x^2 - 4$$

$$2. (f(x))^2 = (x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$3. 3f(x) = 3(x - 4) = 3x - 12$$

masukkan ke dalam persamaan soal:

$$\begin{aligned} f(x^2) - (f(x))^2 + 3f(x) \\ = x^2 - 4 - (x^2 - 8x + 16) + (3x - 12) \\ = -4 + 8x - 16 + 3x - 12 \\ = 11x - 32 \end{aligned}$$

$$\text{untuk } x = -2 \rightarrow 11 \cdot (-2) - 32 = -22 - 32 = -54$$

Jawabannya adalah A

EBTANAS1999

2. Fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $f(x) = 3x - 2$

dan $g(x) = \frac{x}{x-1}$, untuk $x \neq 1$, maka $(f \circ g)(x) = \dots$

A. $\frac{5x-2}{x-1}$ D. $\frac{x-2}{x-1}$

B. $\frac{5x+2}{x-1}$ E. $\frac{x+2}{x-1}$

C. $\frac{x+1}{x-1}$

jawab:

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f\left(\frac{x}{x-1}\right) \\ &= 3\left(\frac{x}{x-1}\right) - 2 \\ &= \frac{3x}{x-1} - 2 \\ &= \frac{3x - 2(x-1)}{x-1} \\ &= \frac{3x - 2x + 2}{x-1} \\ &= \frac{x+2}{x-1} \end{aligned}$$

jawabannya adalah E

EBTANAS1998

3. Diketahui fungsi f dan g pada \mathbb{R} yang ditentukan oleh $f(x) = 2x + 3$ dan $g(x) = x^2 - 3x + 2$, maka $(g \circ f)(x) = \dots$

A. $4x^2 + 6x + 2$ D. $4x^2 - 6x + 20$

B. $4x^2 + 6x - 2$ E. $4x^2 - 6x + 7$

C. $4x^2 - 6x + 2$

Jawab:

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(2x + 3) \\ &= (2x+3)^2 - 3(2x+3) + 2 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - 6x - 9 + 2 \\ &= 4x^2 + 6x + 2 \end{aligned}$$

jawabannya adalah A

EBTANAS2000

4. Diketahui fungsi $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$,
 $g(x) = x - 1$ dan $(f \circ g)(x) = 0$. Nilai x yang memenuhi
 adalah ...

A. -2 dan $-\frac{3}{2}$ D. 2 dan $\frac{3}{2}$

B. -2 dan $\frac{3}{2}$ E. 2 dan 3

C. -2 dan 3

jawab:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 0$$

$$= f(x - 1)$$

$$= 2(x-1)^2 - 3(x-1) + 1$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1) - 3x + 3 + 1$$

$$= 2x^2 - 4x + 2 - 3x + 3 + 1$$

$$= 2x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$= (2x - 3)(x - 2) = 0$$

Nilai yang memenuhi :

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2} \dots (1)$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2 \dots (2)$$

hasil yang memenuhi adalah $x = \frac{3}{2}$ dan $x = 2$

jawabannya adalah D

UAN2005

5. Diketahui $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 3$ dan
 $(f \circ g)(x) = 12x^2 + 32x + 26$, Rumus $f(x) = \dots$

A. $3x^2 - 2x + 5$

D. $3x^2 + 2x - 5$

B. $3x^2 - 2x + 37$

E. $3x^2 + 2x - 50$

C. $3x^2 - 2x + 50$

jawab:

$$(f \circ g)(x) = f(2x+3)$$

$$= 12x^2 + 32x + 26$$

Misalkan $2x + 3 = p$

$$2x = p - 3$$

$$x = \frac{p-3}{2}$$

$$f(2x+3) = 12x^2 + 32x + 26$$

$$f(p) = 12\left(\frac{p-3}{2}\right)^2 + 32\left(\frac{p-3}{2}\right) + 26$$

$$= 12 \cdot \left(\frac{p^2 - 6p + 9}{4}\right) + 16p - 48 + 26$$

$$= 3p^2 - 18p + 27 + 16p - 48 + 26$$

$$= 3p^2 - 2p + 5$$

$$\rightarrow f(x) = 3x^2 - 2x + 5$$

jawabannya adalah A

UMPTN2001

6. Jika $f(x) = 2x - 3$ dan $(g \circ f)(x) = 2x + 1$,
 maka $g(x) = \dots$

A. $x + 4$

C. $2x + 5$

E. $3x + 2$

B. $2x + 3$

D. $x + 7$

jawab:

$$(g \circ f)(x) = g(2x-3)$$

$$= 2x + 1$$

misal $2x - 3 = p$

$$2x = p + 3$$

$$x = \frac{p+3}{2}$$

$$g(2x-3) = 2x+1$$

$$g(p) = 2\left(\frac{p+3}{2}\right) + 1$$

$$= p + 4$$

maka $g(x) = x + 4$

Jawabannya adalah A

UMPTN1999

7. Jika $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ dan $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ maka $g(x-3) = \dots$

A. $\frac{1}{x-5}$ C. $\frac{1}{x-3}$ E. $\frac{1}{x+3}$

B. $\frac{1}{x+1}$ D. $\frac{1}{-x-3}$

Jawab:

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5} \\ &= \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5} \end{aligned}$$

$$\sqrt{(g(x))^2 + 1} = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$(g(x))^2 + 1 = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x-2)^2}$$

$$\begin{aligned} (g(x))^2 &= \frac{x^2 - 4x + 5}{(x-2)^2} - 1 \\ &= \frac{x^2 - 4x + 5 - (x-2)^2}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x^2 - 4x + 5 - (x^2 - 4x + 4)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{1}{(x-2)^2} \end{aligned}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{1}{(x-2)^2}} = \frac{1}{x-2}$$

$$\text{maka } g(x-3) = \frac{1}{(x-3)-2} = \frac{1}{x-5}$$

Jawabannya adalah A

EBTANAS1999

8. Diketahui fungsi f dengan rumus $f(x) = 2x - 3$ dan f^{-1} adalah fungsi invers dari f . Nilai dari $f^{-1}(-1) = \dots$

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2 E. 3

jawab:

$$f(x) = 2x - 3$$

misal $y = 2x - 3$, maka

$$f(x) = y \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$$

$$y = 2x - 3$$

$$2x = y + 3$$

$$x = \frac{y+3}{2}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{2}, \text{ maka}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$$

$$\text{sehingga } f^{-1}(-1) = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

jawabannya adalah C

EBTANAS2000

9. Diketahui $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$; $x \neq 3$. Jika f^{-1} adalah invers fungsi f , maka $f^{-1}(x-2) = \dots$

A. $\frac{x+1}{x-2}$; $x \neq 2$ D. $\frac{3x-5}{x-4}$; $x \neq 4$

B. $\frac{2x-3}{x-5}$; $x \neq 5$ E. $\frac{2x+1}{x-3}$; $x \neq 3$

C. $\frac{2x-2}{x+1}$; $x \neq -1$

jawab:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$$

$$\text{misal } y = \frac{2x+1}{x-3}$$

$$y(x-3) = 2x+1$$

$$xy - 3y = 2x+1$$

$$xy - 2x = 3y+1$$

$$x(y-2) = 3y+1$$

$$x = \frac{3y+1}{y-2}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{3y+1}{y-2}, \text{ maka}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

dapat dilakukan dengan menggunakan rumus:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a};$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3} \rightarrow a=2; b=1; c=1; d=-3$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-(-3)x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\text{sehingga } f^{-1}(x-2) = \frac{3(x-2)+1}{(x-2)-2}$$

$$= \frac{3x-6+1}{x-4}$$

$$= \frac{3x-5}{x-4}$$

$x-4$ tidak boleh 0 maka $x \neq 4$

sehingga penyelesaiannya adalah :

$$f^{-1}(x-2) = \frac{3x-5}{x-4}; x \neq 4$$

Jawabannya adalah D

UN2002

10. Diketahui $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dengan

$$f(x) = \frac{x+4}{x-6} \text{ dan } g(x) = 2x-1, \text{ maka}$$

$(f \circ g)^{-1}(x)$ adalah....

$$\text{A. } \frac{2x+3}{2x-7} \quad \text{C. } \frac{7x+3}{2x-2} \quad \text{E. } \frac{3-7x}{2-2x}$$

$$\text{B. } \frac{7x+3}{2-2x} \quad \text{D. } \frac{3-7x}{2x-2}$$

Jawab:

Dapat dilakukan dengan 2 cara:

Cara 1: cara biasa

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x) = g^{-1}(f^{-1}(x))$$

$$f(x) = \frac{x+4}{x-6} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-(-6)x+4}{x-1} = \frac{6x+4}{x-1}$$

$$g(x) = 2x-1 = \frac{2x-1}{1}$$

$$g(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow a=2; b=-1; c=0; d=1$$

$$g^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-x-1}{-2} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1}(f^{-1}(x))$$

$$= g^{-1}\left(\frac{6x+4}{x-1}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{6x+4}{x-1}\right) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{6x+4+(x-1)}{2(x-1)}$$

$$= \frac{7x+3}{2x-2}$$

Cara 2 :

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(2x-1) \\ &= \frac{2x-1+4}{2x-1-6} \\ &= \frac{2x+3}{2x-7} \rightarrow \frac{ax+b}{cx+d} ; a=2; b=3 ; c=2 ; d=-7 \end{aligned}$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$= \frac{-(-7)x+3}{2x-2} = \frac{7x+3}{2x-2}$$

Jawabannya adalah C