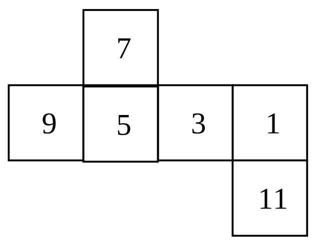
OLIMPIADE MATEMATIKA SLTP
TINGKAT PROVINSI 28 JUNI 2004

SOAL ISIAN SINGKAT

1. Setiap muka sebuah kubus diberi bilangan seperti pada gambar. Kemudian setiap titik sudut diberi bilangan yang merupakan hasil penjumlahan bilangan pada muka-muka yang berdekatan dengannya. Nilai tertinggi bilangan pada titik sudut adalah ....



2. Jika $a + b = 1$, $b + c = 2$, dan $c + a = 3$, maka $a + b + c =$ ....

3. Pada suatu jam digital yang angka-angkanya tertera mulai dari 00:00 sampai dengan 23:59, dimungkinkan terjadi penampakan bilangan Palindrome (bilangan yang dibaca dari depan dan dari belakang sama nilainya, misalnya 12:21 dan 23:32). Dalam satu hari satu malam, banyaknya bilangan Palindrome tersebut menampakkan diri adalah ....

4. Untuk bilangan bulat *a* dan *b*, (*a*, *b*) artinya bilangan tak negatif yang merupakan sisa $a \times b$ jika dibagi oleh 5. Bilangan yang ditunjukkan oleh (–3,4) adalah ....

5. Bilangan 10-angka terbesar menggunakan empat angka 1, tiga angka 2, dua angka 3, dan satu angka 4, sehingga dua angka yang sama tidak terletak bersebelahan adalah ....

6. Jika selisih dua bilangan adalah 2 dan selisih kuadrat dua bilangan itu adalah 6, mak hasil tambah dua bilangan itu adalah ....

7. Bentuk sederhana dari $\sqrt{4-\sqrt{15}} - \sqrt{4+\sqrt{15}}$ adalah ....

8. Suatu garis memotong sumbu-x di titik $A(a,0)$ dan memotong sumbu-y di titik $B(0,3)$. Jika luas segitiga AOB sama dengan 6 satuan luas dengan titik $O(0,0)$, maka keliling segitiga AOB sama dengan ....

9. *Persegi Antimagic* ukuran 4 × 4 adalah susunan persegi panjang dari bilangan-bilangan 1 sampai dengan 16 sedemikian hingga jumlah dari setiap empat baris, empat kolom, dan dua diagonal utamanya merupakan sepuluh bilangan bulat yang berurutan. Diagram berikut ini menunjukkan sebagian dari persegi *Antimagic* ukuran 4 × 4. Berapakah nilai dari *?

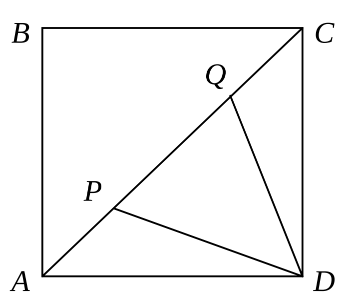
		*	14
	9	3	7
	12	13	5
10	11	6	4

10. $\frac{1}{1^2+1}+\frac{1}{2^2+2}+\frac{1}{3^3+3}+\frac{1}{4^2+4}+....+\frac{1}{2004^2+2004}$ = ...

SOAL URAIAN

1. Enam belas tim sepakbola mengikuti suatu turnamen. Pertama-tama mereka dikelompokkan ke dalam 4 kelompok dengan masing-masing 4 tim di setiap kelompoknya. Di setiap kelompok mereka saling bermain satu sama lain satu kali. Dua tim yang memiliki peringkat teratas selanjutnya maju babak berikutnya yang menggunakan sistem gugur (kalah langsung tereliminasi) sampai ditemukan juaranya. Berapa banyak pertandingan yang berlangsung dalam turnamen tersebu

2. Pada gambar di bawah, *ABCD* adalah persegi dengan panjang 4 cm. Titik-titik *P* dan *Q* membagi diagonal *AC* menjadi 3 bagian sama panjang. Berapakah luas *PDQ*?



3. Untuk bilangan real x didefinisikan $|x| = \begin{cases} x, \text{ jika } x \geq 0 \\ -x, \text{ jika } x < 0 \end{cases}$, cari semua x yang memenuhi $x^2 + 2|x| - 3 = 0$.

4. Sebuah semangka yang beratnya 1 kg mengandung 93% air. Sesudah beberapa lama dibiarkan di bawah sinar matahari, kandungan air semangka itu turun menjadi 90%. Berapakah berat semangka sekarang?

5. Untuk bilangan real a dan b sembarang, buktikan bahwa $a^2 + b^2 \geq 2\,(a + b) - 2$.

SOLUSI ISIAN SINGKAT

1. d
2. U
3. f
4. f
5. f
6. f
7. **Strategi 1:**

$n = \sqrt{4-\sqrt{15}} - \sqrt{4+\sqrt{15}}$ (bilangan negatif)

$p = \sqrt{4+\sqrt{15}} - \sqrt{4-\sqrt{15}}$ (bilangan positif)

$p^2 = 4 + \sqrt{15} - 2\sqrt{\left(4+\sqrt{15}\right)\left(4-\sqrt{15}\right)} + 4 - \sqrt{15}$

$p^2 = 8 - 2\sqrt{16-15}$

$p^2 = 8 - 2(1)$

$p = \sqrt{6}$

$n = -\sqrt{6}$

Jadi, bentuk sederhana dari $\sqrt{4-\sqrt{15}} - \sqrt{4+\sqrt{15}}$ adalah $-\sqrt{6}$.

Strategi 2:

$$p=\sqrt{4^2-\left(\sqrt{15}\right)^2}=\sqrt{16-15}=\sqrt{1}=1 \text{ (bilangan rasional)}$$

$$\sqrt{4-\sqrt{15}}-\sqrt{4+\sqrt{15}}=\left(\sqrt{\frac{4+p}{2}}-\sqrt{\frac{4-p}{2}}\right)-\left(\sqrt{\frac{4+p}{2}}+\sqrt{\frac{4-p}{2}}\right)$$

$$=\left(\sqrt{\frac{4+1}{2}}-\sqrt{\frac{4-1}{2}}\right)-\left(\sqrt{\frac{4+1}{2}}+\sqrt{\frac{4-1}{2}}\right)$$

$$=\left(\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)-\left(\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{10}-\frac{1}{2}\sqrt{6}-\left(\frac{1}{2}\sqrt{10}+\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{10}-\frac{1}{2}\sqrt{6}-\frac{1}{2}\sqrt{10}-\frac{1}{2}\sqrt{6}$$

$$=-\sqrt{6}$$

8. f
9. f
10. $\frac{1}{1^2+1}+\frac{1}{2^2+2}+\frac{1}{3^3+3}+\frac{1}{4^2+4}+....+\frac{1}{2004^2+2004}$

$$=\frac{1}{1(1+1)}+\frac{1}{2(1+2)}+\frac{1}{3(1+3)}+\frac{1}{4(1+4)}+....+\frac{1}{2004(1+2004)}$$

$$=\frac{1}{1(2)}+\frac{1}{2(3)}+\frac{1}{3(4)}+\frac{1}{4(5)}+....+\frac{1}{2004(2005)}$$

$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}....+\frac{1}{2004}-\frac{1}{2005}$$

$$=1-\frac{1}{2005}$$

$$=\frac{2004}{2005}$$

SOLUSI ISIAN URAIAN

1. d
2. U
3. f
4. f
5. $(a-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0$

   $(b-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 - 2b + 1 \geq 0$ $\quad +$

   $a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2 \geq 0$

   $a^2 + b^2 \geq 2(a+b) - 2$ (qed)