

119 Bank Soal Aljabar untuk Persiapan OSP 2013

Oleh Didik Sadianto, S.Pd.

1. Tentukan semua solusi dari sistem persamaan:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 12 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 24 \end{cases}$$

2. Buktikan bahwa $999! < 500^{999}$. [NB: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$]

3. Tentukan semua solusi bilangan real persamaan $\lfloor x^2 \rfloor + \lceil x^2 \rceil = 2003$.

[Catatan: Untuk sebarang bilangan real a , notasi $\lfloor a \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan a , sedangkan $\lceil a \rceil$ menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan a]

4. Untuk sebarang bilangan real a, b, c , buktikan ketaksamaan $5a^2 + 5b^2 + 5c^2 \geq 4ab + 4ac + 4bc$
5. Tentukan semua (x, y, z) dengan x, y, z bilangan-bilangan real, yang memenuhi sekaligus ketiga persamaan berikut:

$$x^2 + 4 = y^3 + 4x - z^3$$

$$y^2 + 4 = z^3 + 4y - x^3$$

$$z^2 + 4 = x^3 + 4z - y^3$$

6. $x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 16x_4 + 25x_5 + 36x_6 + 49x_7 = 1$
 $4x_1 + 9x_2 + 16x_3 + 25x_4 + 36x_5 + 49x_6 + 64x_7 = 12$
 $9x_1 + 16x_2 + 25x_3 + 36x_4 + 49x_5 + 64x_6 + 81x_7 = 123$
 Berapakah nilai S jika
 $S = 16x_1 + 25x_2 + 36x_3 + 49x_4 + 64x_5 + 81x_6 + 100x_7$

7. Persamaan kuadrat $x^2 + ax + b + 1 = 0$ dengan a, b adalah bilangan bulat, memiliki akar-akar bilangan asli. Buktikan bahwa $a^2 + b^2$ bukan bilangan prima.

8. Jika α, β, γ adalah akar-akar persamaan $x^3 - x - 1 = 0$, tentukan $\frac{1+\alpha}{1-\alpha} + \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{1+\gamma}{1-\gamma}$

9. Untuk sebarang bilangan real x , notasi $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x . Buktikan bahwa ada tepat satu bilangan bulat m yang memenuhi persamaan

$$m - \left\lfloor \frac{m}{2005} \right\rfloor = 2005.$$

10. Tentukan semua tripel bilangan bulat (x, y, z) yang memenuhi sistem persamaan

$$x(y + z) = y^2 + z^2 - 2$$

$$y(z + x) = z^2 + x^2 - 2$$

$$z(x + y) = x^2 + y^2 - 2$$

11. Misalkan a, b, c bilangan-bilangan asli. Jika semua akar ketiga persamaan

$$x^2 - 2ax + b = 0$$

$$x^2 - 2bx + c = 0$$

$$x^2 - 2cx + a = 0$$

adalah bilangan asli, tentukan a, b , dan c .

12. Tentukan semua pasangan bilangan real (x, y) yang memenuhi $\begin{cases} x^3 - y^3 = 4(x - y) \\ x^3 + y^3 = 2(x + y) \end{cases}$

13. Tentukan semua bilangan real x yang memenuhi $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$

14. Misalkan a, b, c bilangan –bilangan real positif yang memenuhi ketaksamaan

$$5(a^2 + b^2 + c^2) < 6(ab + bc + ca).$$

Buktikan bahwa ketiga ketaksamaan berikut berlaku:

$$a + b > c, b + c > a, \& c + a > b.$$

15. Tentukan semua tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi ketiga persamaan berikut sekaligus

$$x = y^3 + y - 8$$

$$y = z^3 + z - 8$$

$$z = x^3 + x - 8$$

16. Cari semua pasangan bilangan asli (x, n) yang memenuhi

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = 40$$

17. Diberikan polinom real $P(x) = x^{2008} + a_1 x^{2007} + a_2 x^{2006} + \dots + a_{2007} x + a_{2008}$ dan

$$Q(x) = x^2 + 2x + 2008. \text{ Misalkan persamaan } P(x)=0 \text{ mempunyai 2008 penyelesaian real dan}$$

$$P(2008) \leq 1. \text{ Tunjukkan bahwa persamaan } P(Q(x)) = 0 \text{ mempunyai penyelesaian real.}$$

18. Buktikan bahwa untuk x dan y bilangan real positif, berlaku $\frac{1}{(1+\sqrt{x})^2} + \frac{1}{(1+\sqrt{y})^2} \geq \frac{2}{x+y+2}$

19. Diberikan n adalah bilangan asli. Misalkan $x = 6 + 2009\sqrt{n}$. Jika $\frac{x^{2009} - x}{x^3 - x}$ merupakan bilangan rasional, tunjukkan bahwa n merupakan kuadrat dari suatu bilangan asli.

20. Tentukan nilai terkecil yang mungkin dari fungsi

$$f(x) = x^{2008} - 2x^{2007} + 3x^{2006} - 4x^{2005} + 5x^{2004} + \dots - 2006x^3 + 2007x^2 - 2008x + 2009 \text{ untuk sebarang bilangan real } x.$$

21. Tentukan nilai k dan d sehingga tidak ada pasangan bilangan real (x, y) yang memenuhi sistem persamaan

$$x^3 + y^3 = 2$$

$$y = kx + d$$

22. Misalkan a, b, c tiga bilangan asli berbeda. Buktikan bahwa barisan

$$a + b + c, ab + ac + bc, 3abc$$

tidak mungkin membentuk suatu barisan geometri (ukur) maupun aritmatika (hitung).

23. Tentukan semua nilai k yang mungkin sehingga tidak ada pasangan bilangan real (x, y) yang memenuhi sistem persamaan

$$x^2 - y^2 = 0$$

$$(x - k)^2 + y^2 = 1.$$

24. Misalkan a, b , dan c bilangan real dan merupakan parameter positif. Selesaikan persamaan

$$\sqrt{a + bx} + \sqrt{b + cx} + \sqrt{c + ax} = \sqrt{b - ax} + \sqrt{c - bx} + \sqrt{a - cx}$$

25. Fungsi f , didefinisikan $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ dimana a, b, c , dan d bilangan real tidak nol, yang memiliki sifat-sifat berikut:

$$f(19) = 19, f(97) = 97, \& f(f(x)) = x, \text{ untuk semua nilai } x, \text{ kecuali } -\frac{d}{c}. \text{ Tentukan daerah hasil (range) dari } f.$$

26. Misalkan a, b , dan c bilangan real berbeda sedemikian sehingga $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$. Buktikan bahwa $|abc| = 1$

27. Tentukan sukubanyak $f(x), g(x), h(x)$ jika ada, sedemikian sehingga untuk semua x , berlaku:

$$|f(x)| - |g(x)| + h(x) = \begin{cases} -1, & \text{Jk } x < -1 \\ 3x + 2, & \text{Jk } -1 \leq x \leq 0 \\ -2x + 2, & \text{Jk } x > 0 \end{cases}.$$

28. Tentukan semua bilangan real x sedemikian sehingga $\frac{8^x + 27^x}{12^x + 18^x} = \frac{7}{6}$.
29. Misalkan a, b, c , dan e adalah bilangan bulat positif sedemikian sehingga $abcde = a + b + c + d + e$. Tentukan nilai kemungkinan terbesar dari nilai maksimum $\{a, b, c, d, e\}$
30. Misalkan $x = \sqrt{a^2 + a + 1} - \sqrt{a^2 - a + 1}$, $a \in \mathbb{R}$. Tentukan semua kemungkinan nilai dari x .
31. Tentukan semua nilai bilangan real x sehingga $10^x + 11^x + 12^x = 13^x + 14^x$.
32. Misalkan $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ adalah fungsi sedemikian sehingga $f(1, 1) = 2$,
 $f(m+1, n) = f(m, n) + m$ & $f(m, n+1) = f(m, n) - n$ untuk semua $m, n \in \mathbb{N}$. Tentukan semua pasangan (p, q) sedemikian sehingga $f(p, q) = 2001$.
33. Tentukan semua pasangan bilangan bulat (x, y) sehingga
 $x^3 + y^3 = (x + y)^2$.
34. Misalkan $f(x) = \frac{2}{4^x + 2}$ untuk bilangan real x . Hitunglah $f\left(\frac{1}{2001}\right) + f\left(\frac{2}{2001}\right) + \dots + f\left(\frac{2000}{2001}\right)$
35. Tentukan semua bilangan real x memenuhi persamaan $2^x + 3^x - 4^x + 6^x - 9^x = 1$.
36. Tentukan banyaknya pasangan bilangan bulat (m, n) sedemikian sehingga $mn > 0$ dan
 $m^3 + n^3 + 99mn = 33^3$.
37. Misalkan a, b , dan c bilangan real positif sedemikian sehingga $a + b + c \leq 4$ dan $ab + bc + ca \geq 4$.
 Buktikan bahwa sedikitnya dua dari ketaksamaan $|a - b| \leq 2$, $|b - c| \leq 2$, $|c - a| \leq 2$ adalah benar.
38. Misalkan $0 < a < 1$. Selesaikan $x^{a^x} = a^{x^a}$ untuk bilangan positif x .
39. Diketahui bilangan real a, b, c, d , dan e yang memenuhi sistem persamaan

$$\begin{cases} a + b + c + d + e = 8 \\ a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16 \end{cases}$$
 tentukan nilai maksimum dan minimum dari a .
40. Misalkan a, b , dan c adalah bilangan-bilangan riil positif sehingga $abc = 1$. Buktikan ketaksamaan
 $(a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)(b^5 + b^4 + b^3 + b^2 + b + 1)(c^5 + c^4 + c^3 + c^2 + c + 1) \geq 8(a^2 + a + 1)(b^2 + b + 1)(c^2 + c + 1)$
41. Misalkan a, b, c bilangan real positif. Tunjukkan bahwa
 $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca + 6 \geq 4(a + b + c)$.
42. Misalkan a, b, c bilangan real positif sedemikian sehingga $a^2 + b^2 + c^2 + (a + b + c)^2 \leq 4$. Buktikan bahwa

$$\frac{ab+1}{(a+b)^2} + \frac{bc+1}{(b+c)^2} + \frac{ca+1}{(c+a)^2} \geq 3$$
43. Misalkan a, b, c bilangan real positif dimana $a + b + c = 1$. Buktikan bahwa

$$\frac{a-bc}{a+bc} + \frac{b-ca}{b+ca} + \frac{c-ab}{c+ab} \leq \frac{3}{2}$$
.
44. Tentukan semua pasangan tripel bilangan real (x, y, z) sedemikian sehingga memenuhi sistem persamaan

$$\begin{cases} xy = z - x - y \\ xz = y - x - z \\ yz = x - y - z \end{cases}$$
45. Tentukan semua solusi real positif (jika ada) untuk sistem persamaan $x^3 + y^3 + z^3 = x + y + z$ dan
 $x^2 + y^2 + z^2 = xyz$.
46. Buktikan bahwa untuk semua bilangan real positif a, b , dan c , maka berlaku $\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ca} + \frac{c^3}{ab} \geq a + b + c$.
47. Tentukan semua solusi real dari persamaan $4x^2 - 40[x] + 51 = 0$.
 Dimana, jika x bilangan real, maka $[x]$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang atau sama dengan x .

48. Tentukan semua bilangan real x sedemikian sehingga $x = \left(x - \frac{1}{x}\right)^{1/2} + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{1/2}$.

49. Tentukan semua solusi real untuk sistem persamaan berikut:

$$\begin{cases} \frac{4x^2}{1+4x^2} = y \\ \frac{4y^2}{1+4y^2} = z \\ \frac{4z^2}{1+4z^2} = x \end{cases}$$

50. Misalkan $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Hitunglah nilai dari $f\left(\frac{1}{1996}\right) + f\left(\frac{2}{1996}\right) + f\left(\frac{3}{1996}\right) + \dots + f\left(\frac{1995}{1996}\right)$

51. Misalkan a, b , dan c bilangan real positif. Buktikan bahwa $a^a \cdot b^b \cdot c^c \geq (abc)^{\frac{a+b+c}{3}}$

52. Hitunglah nilai dari $\sum_{n=1}^{1994} (-1)^n \frac{n^2 + n + 1}{n!}$

53. Untuk $x, y, z \geq 0$, tentukan apakah ketaksamaan berikut berlaku:

$$x(x-z)^2 + y(y-z)^2 \geq (x-z)(y-z)(x+y-z).$$

Jika berlaku, kapan kesamaan tersebut berlaku.

54. Tentukan semua solusi real untuk $x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} = 3$.

55. Selesaikan persamaan $4(16^{\sin^2 x}) = 2^{6 \sin x}$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.

56. Selesaikan persamaan $2(2^{2^x}) = 4^x + 64$.

57. Barisan bilangan $t_1, t_2, t_3, \dots$ didefinisikan $\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_{n+1} = \frac{t_n - 1}{t_n + 1} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$, himpunan bilangan bulat

positif). Tentukan nilai dari t_{999}

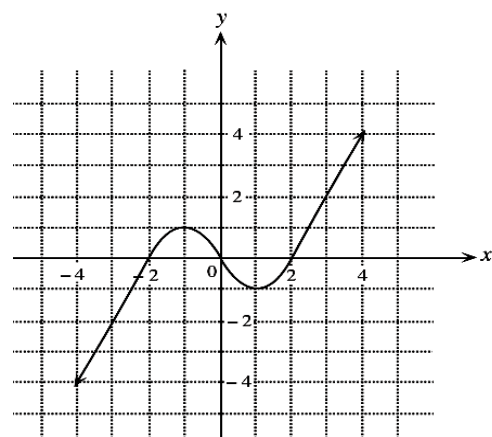
58. Jika a adalah sebarang bilangan bulat positif. Dan

$$\begin{cases} 2x + a = y \\ a + y = x \\ x + y = z \end{cases} \text{ . Tentukan kemungkinan nilai terbesar dari } x + y + z.$$

59. Grafik fungsi $y = g(x)$ ditunjukkan pada gambar di samping ini.

Tentukan banyaknya solusi dari

$$\text{persamaan } \left| |g(x)| - 1 \right| = \frac{1}{2}.$$



60. a. Jika $f(x) = x^2 + 6x + c$, dimana c bilangan bulat, buktikan bahwa $f(0) + f(-1)$ adalah ganjil.
 b. Misalkan $g(x) = x^3 + px^2 + qx + r$, dimana p, q , dan r adalah bilangan bulat. Buktikan bahwa jika $g(0)$ dan $g(-1)$ keduanya ganjil, maka persamaan $g(x) = 0$ tidak memiliki tiga akar-akar bulat.
61. Jika $x + y = 4$ dan $xy = -12$, Berapakah nilai dari $x^2 + 5xy + y^2$?
62. Jika m dan n bilangan bulat non-negatif dengan $m < n$, kita definisikan bahwa $m \nabla n$ sebagai jumlah bilangan bulat mulai m sampai dengan n . Sebagai contoh, $5 \nabla 8 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26$. Untuk setiap bilangan bulat positif a , maka nilai dari $\frac{[(2a-1) \nabla (2a+1)]}{[(a-1) \nabla (a+1)]}$ adalah sama. Tentukan nilai dari $\frac{[(2a-1) \nabla (2a+1)]}{[(a-1) \nabla (a+1)]}$.
63. Simbol $\lfloor a \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan a . Sebagai contoh, $\lfloor 5,7 \rfloor = 5$, $\lfloor 4 \rfloor = 4$, $\lfloor -4,2 \rfloor = -5$. Tentukan semua nilai x sedemikian sehingga $\left\lfloor \frac{3}{x} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{4}{x} \right\rfloor = 5$.
64. Tentukan banyaknya tripel bilangan bulat positif (k, l, m) sedemikian sehingga
$$\begin{cases} k + l + m = 97 \\ \frac{4k}{5} + \frac{5l}{6} + \frac{6m}{7} = 82 \end{cases}$$
65. Persamaan polinomial $x^3 - 6x^2 + 5x - 1 = 0$ memiliki akar-akar real a, b, c . Tentukan nilai dari $a^5 + b^5 + c^5$.
66. Suatu fungsi $f(x)$ memiliki sifat-sifat berikut:
 i. $f(1) = 1$
 ii. $f(2x) = 4f(x) + 6$
 iii. $f(x+2) = f(x) + 12x + 12$
 Hitunglah $f(6)$.
67. Misalkan a dan b bilangan real, dengan $a > 1$ dan $b > 0$. Jika $ab = a^b$ dan $\frac{a}{b} = a^{3b}$, tentukan nilai a .
68. Tentukan nilai real x yang memenuhi $x - \sqrt{4x+12} = 0$
69. Tentukan semua nilai real c sehingga $x^2 - 4x - c - \sqrt{8x^2 - 32x - 8c} = 0$ memiliki tepat dua solusi real berbeda untuk x .
70. Tentukan semua kemungkinan pasangan bilangan (a, b) yang memenuhi sistem persamaan $a - b = 1$ dan $2a^2 + ab - 3b^2 = 22$.
71. Tentukan semua kemungkinan pasangan tripel (x, y, z) sedemikian sehingga
$$\begin{aligned} x^2 - yz + xy + zx &= 82 \\ y^2 - zx + xy + yz &= -18 \\ z^2 - xy + zx + yz &= 18 \end{aligned}$$
72. Jika $f(2x+1) = (x-12)(x+13)$, berapakah nilai dari $f(31)$?
73. Tentukan semua solusi (x, y) yang memenuhi sistem persamaan $\frac{4}{x} + \frac{5}{y^2} = 12$ & $\frac{3}{x} + \frac{7}{y^2} = 22$.
74. Tentukan semua pasangan tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi sistem persamaan
$$\begin{aligned} xy &= z^2 \\ x + y + z &= 7 \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 133 \end{aligned}$$

75. Suatu barisan tak berhingga $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ memenuhi:

$$a_{m-n} + a_{m+n} = \frac{1}{2}a_{2m} + \frac{1}{2}a_{2n}$$

for semua bilangan bulat non-negatif m dan n dengan $m \geq n \geq 0$.

(i). Tunjukkan bahwa $a_0 = 0$.

(ii). Jika $a_1 = 1$, tentukan nilai dari a_2 & a_3 .

76. Tentukan semua sudut θ dengan $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ sedemikian sehingga

$${}^2\log(-3 \sin \theta) = 2. {}^2\log(\cos \theta) + 1.$$

77. Andaikan f dan g adalah suatu fungsi.

Kita katakan bahwa bilangan real c merupakan "*real fixed point*" dari f jika $f(c) = c$.

Kita katakan bahwa f dan g saling "*Commute*" jika $f(g(x)) = g(f(x))$ untuk semua bilangan real x .

(a) . Jika $f(x) = x^2 - 2$, tentukan semua "*real fixed points*" dari f .

(b) . Jika $f(x) = x^2 - 2$, tentukan semua polinomial pangkat tiga dari g yang merupakan "*Commute*" dari f .

78. Tentukan semua nilai x sehingga $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 2x - 1)(x^2 - 7x + 12) + 24 = 0$

79. Tentukan semua pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan

$$6x^2 - 3xy - 13x + 5y = -11.$$

80. Jika ${}^{2n}\log(1944) = {}^n\log(486\sqrt{2})$, hitunglah nilai dari n^6 .

81. Tentukan jumlah sudut A dan B , dimana $0^\circ \leq A, B \leq 180^\circ$ dan $\sin A + \sin B = \sqrt{\frac{3}{2}}$,

$$\cos A + \cos B = \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

82. Selesaikan sistem persamaan $xy^2 = 10^8$, $\frac{x^3}{y} = 10^{10}$.

83. Tentukan nilai minimum dari $f(x)$ dimana $f(x) = (3 \sin x - 4 \cos x - 10)(3 \sin x + 4 \cos x - 10)$

84. Tentukan semua nilai real dari x, y , dan z sehingga

$$x - \sqrt{yz} = 42$$

$$y - \sqrt{xz} = 6$$

$$z - \sqrt{xy} = -30$$

85. Jika $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, tentukan semua kemungkinan nilai dari $x^5 + \frac{1}{x^5}$.

86. Hitunglah nilai $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$

87. Tuliskan $0,2010\overline{228}$ sebagai pecahan.

88. Tentukan jumlah semua solusi dari persamaan $\frac{1}{x^2 - 1} + \frac{2}{x^2 - 2} + \frac{3}{x^2 - 3} + \frac{4}{x^2 - 4} = 2010x - 4$.

89. Tentukan semua pasangan bilangan bulat (a, b) yang memenuhi $ab + a - 3b = 5$.

90. Tentukan semua solusi untuk $f(x) + x f\left(\frac{1}{x}\right) = x$.

91. Tentukan kemungkinan nilai minimum dari $2x^2 + 2xy + 4y + 5y^2 - x$ untuk bilangan real x dan y .

92. Hitunglah nilai dari $\sum_{k=1}^{2009} \left\lfloor \frac{k}{60} \right\rfloor$

NB: Jika x bilangan real, $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar kurang dari atau sama dengan x .

93. Semua akar-akar dari $x^3 + ax^2 + bx + c$ adalah bilangan bulat positif lebih dari 2, dan koefisiennya memenuhi $a + b + c + 1 = -2009$. Tentukan nilai a.
94. Hitunglah $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{5^k}$
95. Tentukan banyaknya pasangan bilangan bulat berbeda (x, y) dengan $x + y - xy = 43$.
96. Tentukan semua pasangan bilangan bulat positif (p, q) sedemikian sehingga $2p^2 + q^2 = 4608$.
97. Berapa banyak bilangan bulat k, $0 \leq k \leq 2008$, sehingga $x^2 - x - k = 0$ memiliki solusi bulat untuk x?
98. Tentukan nilai dari $x^4 + y^4 + z^4$, jika $\begin{cases} 0 = x + y + z \\ 1 = x^2 + y^2 + z^2 \end{cases}$
99. Tentukan semua akar-akar real dari f jika $f(x^{1/9}) = x^2 - 3x - 4$.
100. Diketahui $x_1 > 0$ dan $x_2 = 4x_1$ merupakan solusi dari $ax^2 + bx + c$ dan $3a = 2(c - b)$, berapakah nilai dari x_1 ?
101. Misalkan a, b, c adalah akar-akar dari $x^3 - 7x^2 - 6x + 5 = 0$. Hitunglah nilai dari $(a + b)(a + c)(b + c)$.
102. Berapa banyak bilangan bulat positif n, dengan $n \leq 2007$, yakni solusi untuk x (dimana x bilangan real) dalam persamaan $\lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor + \lfloor 3x \rfloor = n$?
103. Tentukan nilai minimum dari $xy + x + y + \frac{1}{xy} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ untuk $x, y > 0$ real.
104. Jika $r + s + t = 3$, $r^2 + s^2 + t^2 = 1$, dan $r^3 + s^3 + t^3 = 3$, Hitunglah nilai dari rst.
105. Tentukan nilai minimum dari $2x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 2xy - 4yz - 4x - 2z + 15$ untuk semua bilangan real x, y, z.
106. Sederhanakan bentuk $\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$.
107. Misalkan a, b, c bilangan real yang memenuhi:
 $ab - a = b + 119$
 $bc - b = c + 59$
 $ca - c = a + 71$
Tentukan semua kemungkinan nilai dari a + b + c.
108. Tuliskan $\sqrt[3]{2 + 5\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$ dalam bentuk $a + b\sqrt{2}$, dimana a dan b bilangan bulat.
109. Diketahui tiga bilangan x_1, x_2, x_3 , misalkan $a = x_1 + x_2 + x_3$, $b = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$,
 $c = x_1x_2x_3$, $d = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$. Jika $a = 3, b = 7, c = 10$, berapakah nilai dari d?
110. Misalkan f suatu fungsi dengan $\frac{f(x)f(y) - f(xy)}{3} = x + y + 2$. Daftarkan semua kemungkinan nilai dari $f(36)$.
111. Selesaikan nilai a, b, dan c, jika diketahui $a \leq b \leq c$, dan
 $a + b + c = -1$
 $ab + bc + ac = -4$
 $abc = -2$
112. Andaikan $n^2 - 2m^2 = m(n + 3) - 3$. Tentukan semua bilangan bulat m sedemikian sehingga semua korespondensi solusi untuk n tidak sama dengan bilangan real.
113. P(x) adalah polinomial real dengan derajat maks. 3. Andaikan ada 4 solusi berbeda dari persamaan $P(x) = 7$. Berapakah nilai P(0)?
114. Jika untuk tiga bilangan positif berbeda, x, y, dan z, $\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y}$, maka tentukan nilai numerical

dari $\frac{x}{y}$.

115. Jika ${}^A\log B + {}^B\log A = 3$ dan $A < B$, tentukan nilai ${}^B\log A$.

116. Tentukan nilai dari $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$

117. Tentukan semua solusi untuk $(x-3)(x-1)(x+3)(x+5) = 13$.

118. Berapa banyak bilangan bulat x yang memenuhi $|x| + 5 < 7$ dan $|x - 3| > 2$?

119. Hitunglah: $2000^3 - 1999 \cdot 2000^2 - 1999^2 \cdot 2000 + 1999^3$

Rujukan:

- [1] Andreescu, Titu & Zuming, Feng. 2001. **101 Problem in Algebra from the Training of the USA IMO Team**. Australia: AMT Publishing.
- [2] Hermato, Eddy. 2010. **Kumpulan Soal & Solusi Olimpiade Matematika Indonesia: 9 Tahun Penyelenggaraan OSN**: Bengkulu: SMAN 5 Bengkulu.
- [3] Susyanto, Nanang. 2012. **Tutor Senior Olimpiade Matematika Lima Benua Tingkat SMP**: Yogyakarta: Kendi Mas Media.
- [4] Kumpulan Soal "Canadian Mathematical Olympiad" Tahun 1990 – 2011.
- [5] Kumpulan Soal "Canadian Open Mathematics Challenge" Tahun 1996 – 2011.
- [6] Kumpulan Soal "Stanford Math Tournament: Algebra Test" Tahun 2000 – 2011.